REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT
DHE SPORTIT
QENDRA E SHERBIMEVE ARSIMORE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2023

SKEMA E VLERËSIMIT TË TESTIT

Matematikë **VARIANTI A**
Shkollat e arsimit profesional, gjuhësor dhe të orientuar (artistike dhe sportive)

Pyetjet me alternativa

PYETJA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Përgjigja e saktë	B	B	C	D	B	B	A	D	C	A
Pyetja	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Përgjigja e saktë	B	C	C	D	A	D	A	D	C	D

Pyetjet me zhvillim dhe arsyetim

Pyetja 21a **2 pikë**
Zgjidhja e plotë:
Shprehja kuadratike ax^2+bx+c , shprehet në trajtë të faktorizuar
$ax^2+bx+c=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right),\ ku\ x_1\ dhe\ x_2$ janë rrënjët e ax^2+bx+c , të cilat mund t'i gjejmë me formulat e Vietës $\left(S=x_1+x_2=-8; P=x_1\times\ x_2=15\Rightarrow\ x_1=-3\ dhe\ x_2=-5\right)$, apo me formulë kuadratike.
Ndaj kemi: $x^2+8x+15=\left(x+3\right)\left(x+5\right)$

Zgjidhje alternative e pyetjes 21a

Faktorizimin mund ta kryejmë edhe me metodën e grupimit:
$x^2+8x+15=x^2+3x+5x+15=x\left(x+3\right)+5\left(x+3\right)=\left(x+3\right)\left(x+5\right)$

2 pikë Nëse nxënësi kryen faktorizimin e saktë të trinomit të gradës së dytë me metodën më të përshtatshme.
1 pikë Nëse nxënësi ka shkruar saktë vetëm një nga faktorët e zbërthimit, apo ka gjetur saktë një nga rrënjët e trinomit të dhënë.
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 21b 2 pikë
Zgjidhja e plotë:
Binomi i dhënë shkruhet si diferencë katrorësh, e cila shndërrohet në prodhim faktorësh si vijon:
$4x^2-49=(2x)^2-7^2=(2x-7)(2x+7)$

2 pikë Nëse nxënësi shkruan si prodhim faktorësh binomin në mënyrë të saktë, duke e parë atë si diferencë katrorësh, ose si shprehje kuadratike.
1 pikë Nëse nxënësi gjen saktë vetëm një nga faktorët.
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 22a 1 pikë
Zgjidhja e plotë:
Kemi vargun aritmetik: $-2;\ 1;\ \_;\ 7;10$. Kuptojmë zhvillimin e vargut ''kufizë pas kufize'' duke përcaktuar ndryshesën e vargut.
$u_2-u_1=d=1-(-2)=3\Rightarrow u_3=1+3=4$. Pra kufiza e munguar është $u_3=4$

1 pikë Nëse nxënësi ka shkruar se $u_3=4$, si perceptim i zhvillimit të vargut të dhënë ''kufizë pas kufize''
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 22b 2 pikë
Zgjidhja e plotë:
Formula e vargut aritmetik jepet me relacionin:
$u_n=u_1+(n-1)d=-2+(n-1)(3)=-2+3n-3$
$u_n=3n-5,\ n\in N$

2 pikë Nëse nxënësi shkruan saktë relacionin, i cili shpreh formulën e vargut dhe përmes zëvendësimeve përkatëse, ofron formulën e saktë të vargut: $u_n=3n-5$
1 pikë Nëse nxënësi shkruan saktë relacionin e formulës së vargut aritmetik, por gabon përgjatë zëvendësimeve, rrjedhimisht **nuk** ka shkruar formulën e saktë të tij.
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 23 3 pikë

Zgjidhja e plotë:

Le të shënojmë $b,\ h\ dhe\ B$, përkatësisht, bazën e vogël, lartësinë dhe bazën e madhe të trapezit të dhënë.
Kemi $b:h:B\equiv 1:2:3$. Nëse k është koeficienti i përpjesëtueshmërisë, atëherë këto gjatësi mund të shprehen përkatësisht në trajtën: $k:2k:3k\ (k>0,\ sepse\ b,\ h,\ B\rightarrow gjatësi)$
Nga ana tjetër na jepet se syprina e trapezit është $S=100cm^2$.
Kemi formulën njehsuese të syprinës së trapezit: $S=\dfrac{(b+B)\times h}{2}=100$.

Duke bërë zëvendësimet përkatëse, gjejmë koeficientin e përpjesëtueshmërisë k dhe më pas gjatësitë e kërkuara, si vijon:

$$\frac{(k+3k)\times 2k}{2}=100cm^2 \Leftrightarrow (k+3k)\times 2k=200cm^2 \Leftrightarrow 8k^2=200cm^2 \Leftrightarrow k^2=\frac{200}{8}=25 \Leftrightarrow k=5$$

Kështu që kemi: $b=5\ cm, h=10\ cm\ dhe\ B=15\ cm$

3 pikë Nëse nxënësi ka shkruar lidhjen përpjesëtimore të tre gjatësive $b,\ h\ dhe\ B$, zëvendëson në formulën e njehsimit të syprinës së trapezit $S=\frac{(B+b)\times h}{2}$ dhe më pas zgjidh ekuacionin $\frac{(k+3k)\times 2k}{2}=100$, zgjidhja e të cilit përbën dhe vlerën e koeficientit të përpjesëtueshmërisë.
Më tej gjen saktë gjatësisë:
$b=5\ cm, h=10\ cm\ dhe\ B=15\ cm$

2 pikë Nëse nxënësi ka shkruar saktë lidhjen përpjesëtimore mes gjatësive të dhëna dhe i zëvendëson ato në formulën njehsuese të syprinës së trapezit: $S=\frac{(B+b)\times h}{2}=100 \Leftrightarrow \frac{(k+3k)\times 2k}{2}=100$, por nuk gjen saktë të tre gjatësitë e kërkuara.

1 pikë Nëse nxënësi vetëm shkruan saktë lidhjen përpjesëtimore mes gjatësive të dhëna, ose ka shkruar vetëm formulën e njehsimit të syprinës së trapezit $S=\frac{(B+b)\times h}{2}$.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 24 **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

$$4^x+4^x=32 \Leftrightarrow 2\times 4^x=32 \Leftrightarrow 4^x=\frac{32}{2} \Leftrightarrow 4^x=4^2 \Leftrightarrow x=2$$

Pra zgjidhje e ekuacionit është $x=2$ **ose** mënyra të tjera zgjidhje duke përdorur vetitë e fuqive.

2 pikë Nëse nxënësi përmes shndërrimeve të njëvlershme, veçon fuqinë 4^x, dhe gjen vlerën e saktë të x, pasi e ka shndërruar barazimin në barazim fuqish me bazë të njëjtë.

1 pikë Nëse nxënësi vetëm ka shndërruar anën e majtë të barazimit: $4^x+4^x=32 \Leftrightarrow 2\times 4^x=32$, por nuk ka gjetur vlerën e saktë të x për të cilin barazimi është i vërtetë.

OSE

Nëse nxënësi vetëm ka shkruar si zgjidhje $x=2$, por pa kryer transformimet e nevojshme.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 25 **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Në situatën e dhënë, jepen dy madhësi:
Numri i punëtorëve që punojnë në kompani $= x$
Numri i orëve javore që i duhet çdo punëtori për të kryer një prodhim të caktuar $= y$
Këto dy madhësi janë në përpjesëtim të zhdrejtë, pasi sa më pak orë pune të kryejë çdo punëtor, aq më shumë punëtorë i nevojiten kompanisë për të kryer të njëjtin prodhim.
Dy madhësi janë në përpjesëtim të zhdrejtë $\Leftrightarrow$ kur prodhimi i tyre mbetet konstant:
Kemi: $\left(xy = k \text{ e tillë që kur } x_1 = 60,\ y_1 = 40\right) \Leftrightarrow x_1 y_1 = 60 \times 40 = 2400$, pra koeficienti i përpjesëtueshmërisë është: $k = 2400$

Kështu që nëse $y_2 = 32,\ ku\ x_2 y_2 = 2400 \Rightarrow x_2 = \dfrac{2400}{y_2} = \dfrac{2400}{32} = 75$.

Ndaj kompanisë do t'i duhen gjithsej edhe $75 - 60 = 15\ punwtorë$

2 pikë Nëse nxënësi demonstron, përmes shprehive matematikore natyrën e përpjesëtueshmërisë mes dy madhësive mbi të cilat zhvillohet situata, duke gjetur koeficientin e përpjesëtueshmërisë dhe më pas gjen numrin e saktë të punëtorëve që i duhen kompanisë për të realizuar të njëjtin prodhim, ku secili punëtor të punojë 32 orë.

1 pikë Nëse nxënësi ka arsyetuar saktë mbi përpjesëtueshmërinë mes $x\ dhe\ y$, por nuk ka gjetur numrin e saktë të punëtorëve që i duhen kompanisë.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 26a **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Sipas kuptimit gjeometrik të derivatit të funksionit në një pikë, koeficienti këndor i vijës me ekuacion $y = x^3 - x^2$ në pikën me abshisë $x = 2$ është $m = f'(2)$.

Gjejmë funksionin derivat: $f'(x) = \left(x^3 - x^2\right)' = 3x^2 - 2x$, nga ku $m = f'(2) = 3(2)^2 - 2 \times 2 = 12 - 4 = 8$.

Pra $m = 8$

2 pikë Nëse nxënësi gjen saktë funksionin derivat, dhe vlerën e tij për $x = 2$, si koeficientin e kërkuar.

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur saktë vetëm funksionin derivat të funksionit të dhënë.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 26b **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Për të gjetur ekstremumet e një polinomi, studjojmë pikat ku derivati i parë bëhet zero (pikat stacionare):

Gjejmë rrënjët e funksionit derivat:: $3x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(3x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0\ ose\ 3x-2 \Leftrightarrow x_1 = 0\ ose\ x_2 = \frac{2}{3}$

Nga ku: $f(0) = 0^3 - 0^2 = 0\ dhe\ f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} = \frac{8-12}{27} = \frac{-4}{27}$

Përcaktimi i këtyre pikave stacionare si ekstremume, bëhet përmes shenjës së derivatit të dytë, ose me studimin e shenjës së derivatit të parë me tabelën përkatëse.

$f''(x) = (3x^2 - 2x)' = 6x - 2 \Rightarrow f''(0) = -2 < 0$, pra në $x = 0$ ka ekstremum (maksimum)

$f''\left(\frac{2}{3}\right) = 6 \times \frac{2}{3} - 2 = 2 > 0$ pra në $x = 0$ ka ekstremum (minimum)

Ekstremumet e funksionit tonë janë pikat me koordinata: $(0;0)\ dhe\ \left(\frac{2}{3};\frac{-4}{27}\right)$

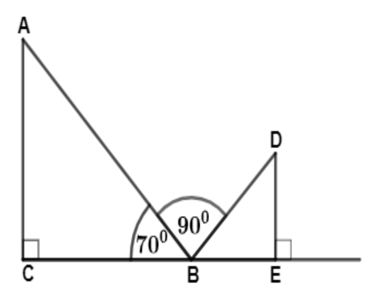
2 pikë Nëse nxënësi gjen rrënjët e funksionit derivate: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0\ ose\ x_2 = \frac{2}{3}$

dhe më pas gjen koordinatat e sakta të ekstremumeve: $(0;0)\ dhe\ \left(\frac{2}{3};\frac{-4}{27}\right)$

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur vetëm vlerat e x për të cilat derivati bëhet 0.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 27a **2 pikë**



Zgjidhja e plotë:

$\Delta ABC\ dhe\ \Delta ABC$ janë të ngjashëm sipas rastit të parë të ngjashmërisë, sepse:

Së pari të dy trekëndëshat janë kënddrejtë: $m(A\hat{C}B) = m(B\hat{E}D) = 90^0$

Nga ana tjetër: $m(C\hat{A}B) = 90^0 - 70^0 = 20^0$

$m(D\hat{B}E) = 180^0 - 70^0 - 90^0 = 20^0$, pra $m(A\hat{C}B) = m(D\hat{B}E) = 20^0$

2 pikë Nëse nxënësi ka provuar ngjashmërinë duke gjetur masat e këndeve plotësues të dy trekëndëshave kënddrejtë $\Delta ABC\ dhe\ \Delta ABC$

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur masën e saktë vetëm të njërit prej këndeve plotësues, në njërin nga trekëndëshat e dhënë. **OSE**

Nëse nxënësi ka formuluar rastin e parë të ngjashmërisë, pa gjetur masat e këndeve.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 27b **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Për çdo dy trekëndësha të ngjashëm raporti i syprinave të tyre është sa katrori i koeficientit të ngjashmërisë:
Raporti i perimetrave tyre është sa koeficienti i ngjashmërisë.

Kemi: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta BED}} = k^2 \Leftrightarrow k^2 = \frac{24cm^2}{6cm^2} \Leftrightarrow k^2 = 4 \Leftrightarrow k = 2$

Kështu që: $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta BED}} = k = 2$

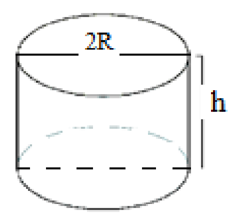
2 pikë Nëse nxënësi shkruan vetinë e trekëndëshave të ngjashëm që lidh koeficientin e ngjashmërisë më raportin e syprinave si dhe me raportin e perimetrave të tyre, duke vlerësuar se: $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta BED}} = k = 2$

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur saktë vetëm koeficientin e ngjashmërisë, pa argumentuar më tej mbi raportin e perimetrave të dy trekëndëshave të dhënë.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 28 **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:



Dimë se formula e njehsimit të vëllimit të cilindrit rrethor të drejtë është:

$V = S_B \times h = \pi R^2 h$.

Meqenëse kemi: $h = 2R \; dhe \; V = 128\pi cm^3$, atëherë

$V = 128\pi cm^3 = \pi R^2 \times 2R = 128\pi$, nga ku gjejmë rrezen e kërkuar:

$2\pi R^3 = 128\pi \Leftrightarrow R^3 = 64 \Leftrightarrow R = 4cm$

2 pikë Nëse nxënësi shkruan formulën e vëllimit të cilindrit rrethor të drejtë, me kushtet $h = 2R \; dhe \; V = 128\pi cm^3$, zgjidh saktë ekuacionin e shtruar në varësi të R duke gjetur vlerën e saktë të rrezes së bazës: $R = 4cm$

1 pikë Nëse nxënësi shkruan vetëm formulën e vëllimit të cilindrit rrethor të drejtë.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 29a **1 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Kemi rrethin me ekuacion $x^2 + y^2 = 5$. Pika $M(x;-1),\ x > 0$ ndodhet në këtë rreth, nëse koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e rrethit, ndaj kemi: $x^2 + (-1)^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 5 - 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Meqenëse $x > 0 \Rightarrow M(2;-1)$

1 pikë Nëse nxënësi gjen koordinatat e sakta të pikës M, duke zëvendësuar këto të fundit tek ekuacioni i rrethit.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 29b **3 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Tangjentja ndaj rrethit të dhënë, në pikën M është pingul me rrezen e rrethit në pikën M. Kjo do të thotë se prodhimi i koeficienteve këndorë të tangjentes me atë të rrezes është -1.

Kemi $m_{OM} = \frac{y_M}{x_M} = \frac{-1}{2}$, nga ku:

$$m_{\tan gj} \times m_{OM} = -1 \Leftrightarrow m_{\tan gj} = \frac{-1}{m_{OM}} = \frac{-1}{\frac{-1}{2}} = 2$$

Ekuacioni i tangjentes me koeficient këndor $m_{\tan gj} = 2$, që kalon nga pika $M(2;-1)$ është:

$$y - y_M = m_{\tan gj}(x - x_M) \Leftrightarrow y + 1 = 2(x-2) \Leftrightarrow y = 2x - 5$$

3 pikë Nëse nxënësi gjen vlerën e saktë të koeficientit këndor të rrezes $m_{OM} = \frac{-1}{2}$, përmes kushtit të pingultisë $m_{\tan gj} \times m_{OM} = -1$ gjen koeficientin këndor të tangjentes dhe shkruan në mënyrë të saktë ekuacioni e tangjentes: $y = 2x - 5$

2 pikë Nëse nxënësi gjen vlerën e saktë të koeficientit këndor të rrezes $m_{OM} = \frac{-1}{2}$, shkruan kushtin e pingultisë, por gabon në njehsimin e koeficientit këndor të tangjentes edhe pse ka ndërtuar drejt ekuacionin e saj.

OSE

Nëse nxënësi ka gjetur vlerën e saktë të koeficientit këndor të rrezes $m_{OM} = \frac{-1}{2}$, dhe ka shkruar ekuacionin e drejtëzës që kalon nga një pikë e dhënë me koeficient këndor të dhënë, të formës $y - y_M = m_{\tan gj}(x - x_M)$.

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur vetëm vlerën e saktë të koeficientit këndor të rrezes $m_{OM} = \frac{-1}{2}$.

OSE

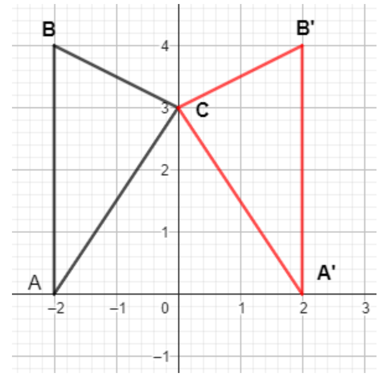
Nëse nxënësi ka shkruar ekuacionin e drejtëzës që kalon nga një pikë e dhënë dhe ka koeficient këndor të dhënë, të formës $y - y_M = m_{\tan gj}(x - x_M)$.

OSE

Nëse nxënësi ka shkruar vetëm kushtin e pingultisë së dy drejtëzave.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 30 **2 pikë**



Zgjidhja e plotë:

Dy pika simetrike në lidhje me boshtin e ordinatave,
kanë abshisa të kundërta dhe ordinatë të njëjtë:
Kështu, shndërrimi në koordinata i kulmeve të trekëndëshit të dhënë është:

$A(-2;0) \to A'(2;0)$

$B(-2;4) \to B'(2;4)$

$C(0;3) \equiv C(0;3)$

2 pikë Nëse nxënësi ka vizatuar saktë trekëndëshin $\Delta A'B'C'$ dhe ka shkruar koordinatat e sakta të tre kulmeve të tij.

1 pikë Nëse nxënësi vetëm ka vizatuar saktë trekëndëshin $\Delta A'B'C'$

OSE

Nëse nxënësi vetëm ka shkruar koordinatat e sakta të tre kulmeve të $\Delta A'B'C'$.

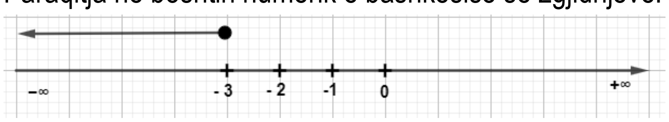
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 31 **2 pikë**

$3x-2(2-x)\geq 6x-1 \Leftrightarrow 3x-4+2x\geq 6x-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x-6x\geq -1+4 \Leftrightarrow -x\geq 3 \Leftrightarrow x\leq -3$

Paraqitja në boshtin numerik e bashkësisë së zgjidhjeve:



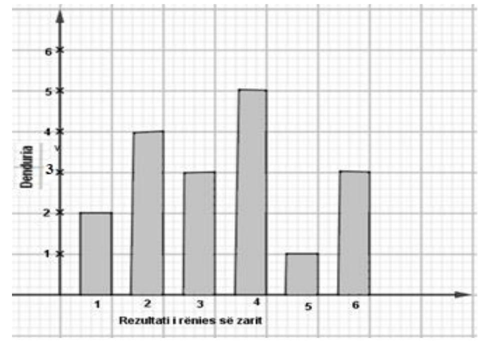
Zgjidhja e plotë:

2 pikë Nëse nxënësi zgjidh saktë inekuacionin, paraqet drejtë në boshtin numerik bashkësinë e zgjidhjeve.

1 pikë Nëse nxënësi vetëm zgjidh saktë inekuacionin e dhëna, pa paraqitur në boshtin numerik bashkësinë e zgjidhjeve.

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 32a **2 pikë**



Zgjidhja e plotë:

Për të gjetur numrin e hedhjeve të zarit, mjafton të mbledhim denduritë për çdo rënie të zarit, sipas grafikut:

$$n = D(1) + D(2) + D(3) + D(4) + D(5) + D(6) =$$
$$n = 2 + 4 + 3 + 5 + 1 + 3 = 18\ hedhje$$

Rezultati modal është numri 4, sepse ka dendurinë më të madhe (5 herë)

2 pikë Nëse nxënësi gjen saktë prej grafikut të dhënë, denduritë për secilën rënie të zarit, duke gjetur shumën e tyre: $n = 18\ hedhje$. Gjen saktë rezultatin modal: numri 4, sepse ka dendurinë më të madhe (5 herë)

1 pikë Nëse nxënësi gjen saktë prej grafikut të dhënë vetëm numrin modal, 4.

OSE

Nëse nxënësi ka shkruar vetëm $n = 18\ hedhje$

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 32b **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Fillimisht gjejmë sa herë, ndër 18 hedhjet, zari ka rënë numër tek, pra 1, 3, 5:

$$n(zari\ bie\ numër\ tek) = D(1) + D(3) + D(5) = 2 + 3 + 1 = 6\ .$$

Nga ku njehsojmë probabilitetin e kësaj ngjarjeje:

$$P(zari\ bie\ numër\ tek) = \frac{n(zari\ bie\ numër\ tek)}{n} = \frac{6}{18} = 0,\bar{3} \approx 33\%$$

2 pikë Nëse nxënësi gjen numrin e saktë të rënieve, në të cilat zari bie numër tek dhe më pas gjen vlerën e saktë të probabilitetit të kërkuar: $P(zari\ bie\ numër\ tek) = \frac{6}{18} = 0,\bar{3} \approx 33\%$

1 pikë Nëse nxënësi gjen vetëm numrin e saktë të rënieve, në të cilat zari bie numër tek.

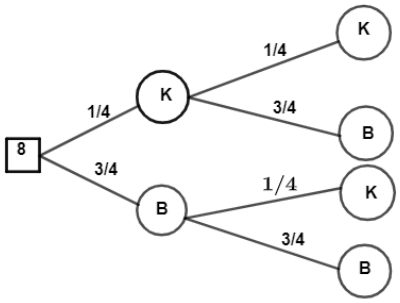
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 33a **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

Në kuti ndodhen gjithsej 8 lapsa, nga të cilat çereku, pra $\frac{1}{4}\times 8=2$ janë të kuq, pra lapsa blu janë 6.

Grafiku ''pemë'' e shpërndarjes së probabiliteteve:



2 pikë Nëse nxënësi ka plotësuar saktë grafikun ''pemë'', si më lart.
1 pikë Nëse nxënësi ka plotësuar saktë vetëm një degë të grafikut ''pemë''.
0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur pyetjen në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

Pyetja 33b **2 pikë**

Zgjidhja e plotë:

$$P(\text{të dy lapsat blu ose të dy lapsat të kuq})=P(BB)+P(KK)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}$$

$$P(BB)+P(KK)=\frac{1}{16}+\frac{9}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$$

2 pikë Nëse nxënësi gjen saktë probabilitetin që te dy sferat të jenë blu: $P(BB)=\frac{1}{16}$, probabilitetin që te dy sferat të jenë të kuqe: $P(KK)=\frac{9}{16}$ dhe më pas $P(\text{të dy lapsat blu ose të dy lapsat të kuq})=\frac{5}{8}$

1 pikë Nëse nxënësi gjen saktë $P(BB)=\frac{1}{16}$ ose $P(KK)=\frac{9}{16}$

OSE

Nëse nxënësi ka shkruar vetëm $P(\text{të dy lapsat blu ose të dy lapsat të kuq})=\frac{5}{8}$

0 pikë Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.
